

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	Session de contrôle	
	Épreuve : Mathématiques	Section : Économie et Gestion
	Durée : 2h	Coefficient de l'épreuve: 2

❖ ❖ ❖ ❖ ❖ ❖

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

Exercice1 :(5 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 1 \\ -5 & 1 & 7 \\ 1 & 7 & -5 \end{pmatrix}$.

- 1) a) Calculer le déterminant de la matrice A et déduire qu'elle est inversible.
 b) Déterminer la matrice $A \times B$. En déduire la matrice A^{-1} inverse de A .
- 2) Une agence de location propose à ses clients trois types de voitures V_1, V_2 et V_3 avec une réduction de 25% du tarif pour chaque journée à partir du 4^{ème} jour pour un même type de voiture. Le tableau suivant résume les détails des locations faites par 3 clients C_1, C_2 et C_3 durant 21 jours successifs.

	Nombre de jours successifs pour V_1	Nombre de jours successifs pour V_2	Nombre de jours successifs pour V_3
Client C_1	11	3	7
Client C_2	3	7	11
Client C_3	7	11	3

Les clients C_1, C_2 et C_3 ont payé respectivement 1584 dinars, 1818 dinars et 1566 dinars. On note x, y et z les tarifs initiaux de location par jour (**avant réduction**) des types de voitures respectifs V_1, V_2 et V_3 .

- a) Montrer que la situation se traduit par le système (S) :
$$\begin{cases} 3x + y + 2z = 528 \\ x + 2y + 3z = 606 \\ 2x + 3y + z = 522 \end{cases}$$
- b) Donner l'écriture matricielle du système (S).
- c) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S).
- d) Une personne a payé exactement 2092,5 dinars pour la location d'une même voiture pendant 30 jours successifs auprès de cette agence. Quel type de voiture a-t-elle choisie? Expliquer.

Exercice2 :(4 points)

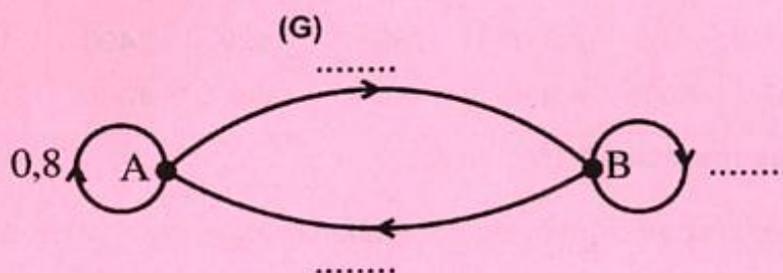
Une salle de fête est illuminée par un très grand nombre de spots programmés de la manière suivante :

- Tous les spots s'allument à 19 heures.
- Toutes les 15 minutes et à partir de 19 heures et ce d'une manière aléatoire 20% des spots allumés s'éteignent et 60% des spots éteints s'allument.

On s'intéresse à un spot au hasard et on considère les événements suivants :

A : « le spot est allumé » et B : « le spot est éteint ».

1) a) Recopier et compléter le graphe probabiliste (G) traduisant la situation.



b) Déterminer la matrice M associée au graphe (G).

2) Soient n le nombre d'intervalles de temps de 15 minutes qui s'écoulent à partir de 19 heures et $p_n = (a_n \ b_n)$ l'état d'un spot au n ^{ème} intervalle, a_n (respectivement b_n) désigne la probabilité que le spot soit allumé (respectivement éteint) au n ^{ème} intervalle.

a) Justifier que $a_1 = 1$ et $b_1 = 0$.

Dans ce qui suit, on admet que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a :

$$M^n = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n & \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n \\ \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n & \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n \end{pmatrix}.$$

b) Quelle est la probabilité que le spot considéré soit éteint à 20 heures et 13 minutes?

c) Déterminer la matrice P traduisant l'état stable de la situation.

Exercice3 :(5 points)

À partir de l'année 2012, une ferme utilise, pour la culture d'une même variété de blé, une stratégie agricole se basant sur deux méthodes : l'une biologique et l'autre moderne. Dans le tableau statistique ci-après, on désigne par X, Y, et Z respectivement le rang de l'année, le bénéfice en dinars par hectare traité en suivant la méthode moderne et le bénéfice en dinars par hectare traité biologiquement.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	1800	1700	1600	1550	1420	1400	1300	1200
Z	780	800	850	900	950	1000	1012	1060

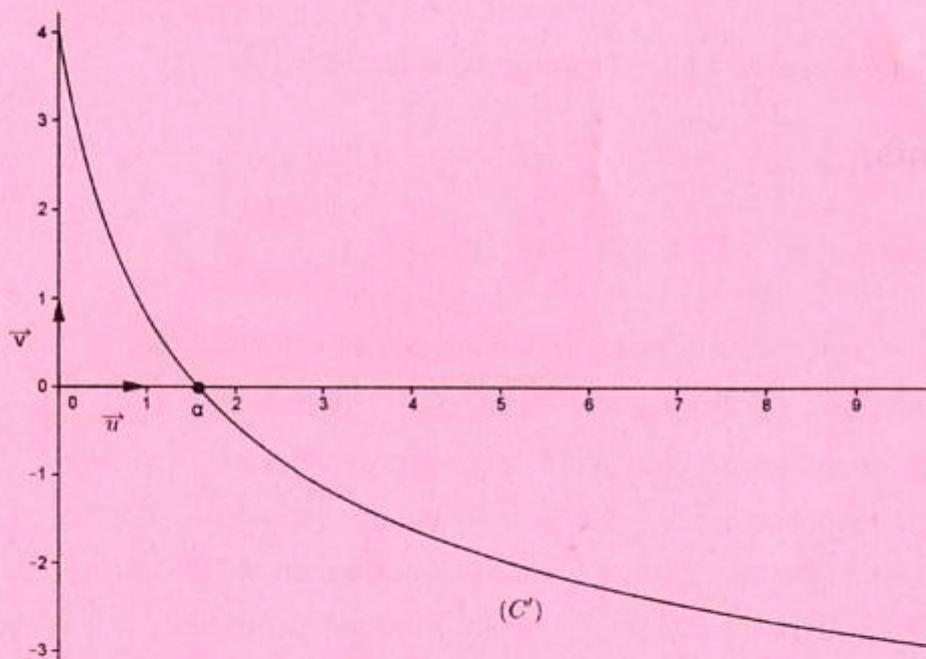
(On donnera les résultats à 10^{-3} près).

- 1) a) Déterminer le coefficient r_1 de corrélation linéaire de la série statistique (X,Y).
b) Ecrire une équation de la droite D_1 de régression de Y en X.
c) Donner une estimation du bénéfice d'un hectare traité d'une façon moderne en l'année 2024.
- 2) a) Calculer le coefficient r_2 de corrélation linéaire de la série statistique (X,Z).
b) Ecrire une équation de la droite D_2 de régression de Z en X.
c) Donner une estimation du bénéfice d'un hectare traité d'une façon biologique en l'année 2024.
- 3) A partir de quelle année, le bénéfice d'un hectare traité biologiquement dépasse-t-il celui traité d'une façon moderne ?

Exercice 4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = (4 - x)\ln(x + 1)$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan. On donne ci-dessous la représentation graphique (C') de la fonction f' Dérivée de f dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) du plan.



- 1) Calculer l'aire \mathcal{A} , en unités d'aire, de la partie du plan limitée par (C') , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
- 2) Par lecture graphique:
 - a) Donner $f'(\alpha)$.
 - b) Déterminer le signe de $f'(x)$ et celui de $f'(x) - 4$ sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$.
Interpréter graphiquement les résultats.
- 4) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
b) Déterminer la demi-tangente T à (C) au point d'abscisse 0.
- 5) Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = f(x) - 4x$.
 - a) Déterminer le sens de variation de g .
 - b) Calculer $g(0)$, en déduire la position relative de (C) par rapport à la tangente T .
 - c) Tracer (C) et T dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . (On prendra $\alpha = 1,57$).