RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT * * * Session de contrôle 2026	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences expérimentales**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve : **3**

N° d'inscription | | | | | | |

Le sujet comporte 5 pages. Les pages 4/5 et 5/5 sont à rendre avec la copie.

Exercice 1: (3 points)

Lors d'une expérience, on a étudié la relation entre l'épaisseur d'un liquide coloré rempli dans une cuvette transparente et la quantité de lumière traversant ce liquide.
Pour chaque cuvette d'épaisseur X (en centimètres) remplie par ce liquide, on a mesuré le pourcentage P de la quantité de lumière traversant ce liquide par rapport à la quantité incidente mesurée sans cuvette.
Le tableau suivant résume les pourcentages obtenus pour quelques valeurs de X.

X (en cm)	1	3	5	7	9	11	12
P (en pourcentage)	93	74	60	50	41	33	30

I/ Dans cette partie les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.

Dans **la figure 1 de l'annexe ci-jointe**, on a représenté dans un repère orthogonal le nuage de points de la série statistique (X, P).

1) a) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, la droite Δ de régression de P en X.
   b) Selon ce modèle, estimer le pourcentage de la quantité de lumière traversant le liquide pour une épaisseur égale à 14 cm.
2) a) Tracer la droite Δ dans **l'annexe** et déterminer les coordonnées de son point d'intersection avec l'axe des abscisses.
   b) Selon ce modèle, estimer le pourcentage de la quantité de lumière traversant le liquide pour une épaisseur supérieure à 17 cm ?

II/ On pose $Y = \ln P$.

Ci-dessous, on donne le tableau statistique de la nouvelle série (X, Y).

Les valeurs de Y sont arrondies à 10^{-2} près.

X (en cm)	1	3	5	7	9	11	12
Y	4.53	4.30	4.09	3.91	3.71	3.50	3.40

1) Déterminer l'arrondi à 10^{-4} près du coefficient de corrélation linéaire de la série (X, Y).
   Un ajustement affine est-il justifié ?
2) On admet qu'une équation de la droite de régression de Y en X est $Y = -0.1\,X + 4.61$.
   Justifier qu'on peut modéliser le pourcentage P de la quantité de lumière traversant le liquide pour une épaisseur X par une relation de la forme $P = \beta \cdot e^{-0.1X}$, où β est un réel qui sera arrondi à l'unité.
3) Selon ce nouveau modèle, estimer le pourcentage de la quantité de lumière traversant le liquide pour une épaisseur égale à 20 cm. le résultat sera arrondi à 10^{-1} près.

Exercice 2: (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2-4iz-2-2i\sqrt{3}=0$.

   a) Vérifier $\left(2+2\sqrt{3}i\right)^2=-8+8i\sqrt{3}$.

   b) Résoudre l'équation (E).

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points K, A, B et C d'affixes respectives $z_K=2i$, $z_A=1+i\sqrt{3}$, $z_B=1+i\left(2+\sqrt{3}\right)$ et $z_C=-1+i\left(2-\sqrt{3}\right)$.

Dans **la figure 2 de l'annexe ci-jointe,** on a placé le point K.

2) a) Ecrire z_A sous forme exponentielle. Construire dans **l'annexe** le point A.

   b) Montrer que le quadrilatère OABK est un losange. Construire le point B.

   c) Vérifier que le point K est le milieu du segment $[BC]$. Construire le point C.

3) a) Vérifier que $z_C=i\left(2-\sqrt{3}\right)z_B$.

   b) En déduire que le triangle OBC est rectangle en O.

4) Soit ζ le cercle circonscrit au triangle OBC.

La droite (OA) recoupe le cercle ζ en un point D d'affixe z_D.

   a) Justifier que $\dfrac{z_D}{z_A}$ est un nombre réel.

   b) Soit t le réel tel que $z_D=tz_A$. Montrer que $KD^2=4\left(t^2-\sqrt{3}t+1\right)$.

   c) Déterminer alors z_D.

Exercice 3: (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points $B(2,2,-1)$,$C(-2,0,-1)$ et $\Omega(1,-1,-3)$.

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{OC}$.

   b) Soit P le plan contenant les points O, B et C.
   Justifier qu'une équation cartésienne du plan P est $x-2y-2z=0$.

   c) Vérifier que le point Ω n'appartient pas au plan P. Calculer le volume du tétraèdre $OBC\Omega$.

2) Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2x+2y+6z-3=0$.

   a) Montrer que S est la sphère de centre Ω et de rayon $\sqrt{14}$.

   b) Montrer que S et P sont sécants suivant le cercle ζ de centre $H(0,1,-1)$ et de rayon $\sqrt{5}$.

   c) Montrer que $[BC]$ est un diamètre du cercle ζ.

3) Soit a un réel et P_a le plan d'équation $ax-2ay-2z+2(a-1)=0$.

   a) Vérifier que pour tout réel a, la droite (BC) est contenue dans le plan P_a.

   b) Déduire que la sphère S et le plan P_a sont sécants.

   c) On désigne par r_a le rayon du cercle intersection de la sphère S et du plan P_a.
   Sans expliciter r_a, justifier que $r_a\geq\sqrt{5}$.

Exercice 4: (7 points)

A/ Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}$.

1) Etudier le sens de variation de g sur $]0,+\infty[$.

2) Calculer $g(e)$ et déduire que pour tout $x>0$, $\ln x\leq\dfrac{x}{e}$.

B/ Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=x+\ln x+\dfrac{\ln x}{x}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$. Interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$.

c) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x$ est une direction asymptotique à la courbe (ζ_f) au voisinage de $+\infty$.

d) Etudier la position relative de la courbe (ζ_f) et la droite Δ.

2) a) Montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=\dfrac{(x-\ln x)+x^2+1}{x^2}$.

b) En remarquant que pour tout réel $x>0$, $\dfrac{x}{e}<x$, montrer que f est strictement croissante sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution α.

Vérifier que $0.7<\alpha<0.8$.

b) Tracer, **sur votre copie**, la courbe (ζ_f) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

c) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ (en u.a) de la partie du plan limitée par la courbe (ζ_f) la droite Δ et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

4) On considère la suite u définie par $u_n=\displaystyle\int_1^e(1+\frac{1}{x})\cdot(\ln x)^n\,dx$, pour tout entier $n\geq1$.

a) En utilisant la question **A/** 2), montrer que pour tout entier $n\geq1$, $0\leq u_n\leq\dfrac{2}{e^n}\cdot\displaystyle\int_1^e x^n\,dx$.

b) Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

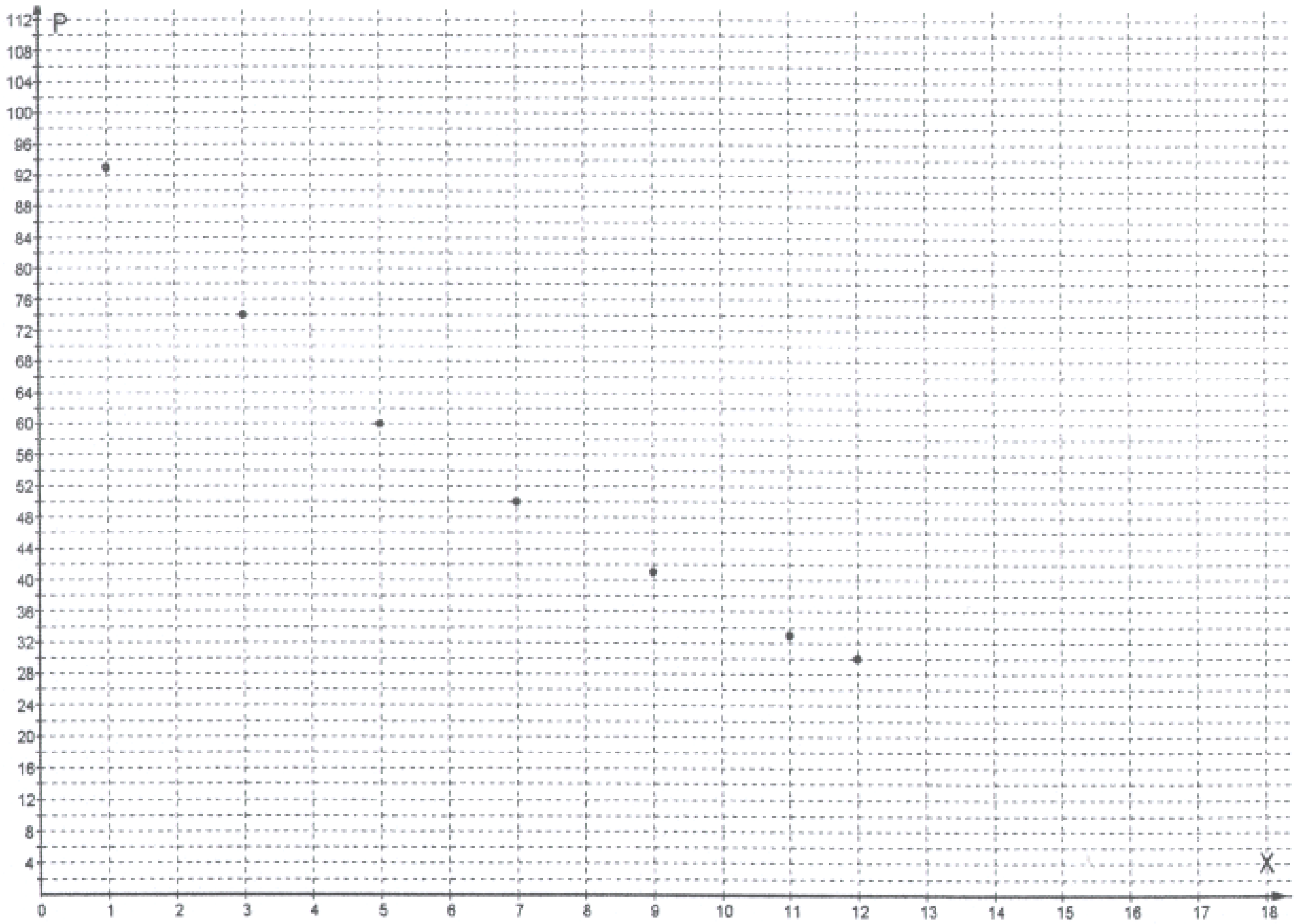
Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences expérimentales
Session de contrôle (2026)
Annexe à rendre avec la copie

Figure 1



Ne rien écrire ici

Figure 2