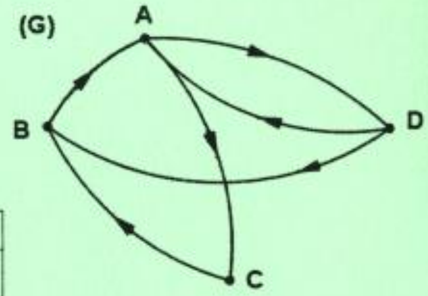
RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT * * * Session de contrôle 2026	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Économie et Gestion**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve : **2**

N° d'inscription | | | | | | |

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice 1 : (4.5 points)



On donne ci-contre un graphe connexe orienté (G).

1) a) Donner l'ordre du graphe (G).

   b) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D
d^+				
d^-				

   c) Justifier que le graphe (G) admet une chaine orientée eulérienne.

   d) (G) admet-il un cycle orienté eulérien? Justifier.

2) Déterminer la matrice M associée au graphe (G). (Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique).

3) On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

   a) Déterminer le nombre de chaines orientées de longueur 2 sortant du sommet D.

   b) Trouver le nombre de chaines orientées de longueur 4 allant de D à A. Donner un exemple de ces chaines.

Exercice 2 : (5 points)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -5 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de A. En déduire que A est inversible.

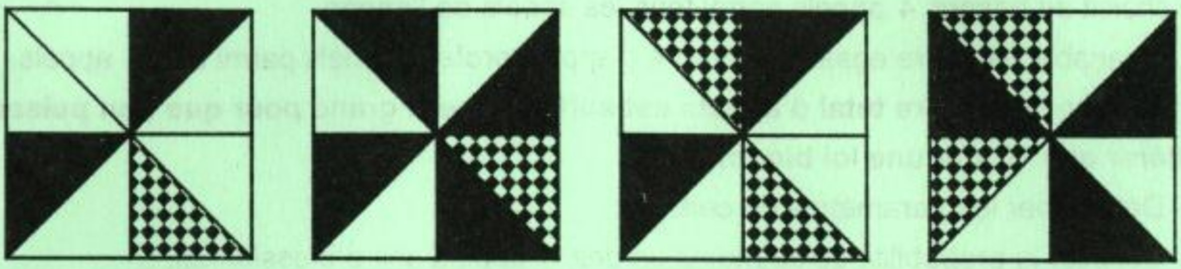
   b) Montrer que $A \times B = 8\, I_3$. En déduire la matrice A^{-1} inverse de A.

2) Soit le système $(S): \begin{cases} 2x+5y+z=11 \\ 4x+3y+z=12 \\ 2x+4y+2z=13 \end{cases}$; $x, y, z \in \mathbb{R}$

   a) Donner l'écriture matricielle de (S).

   b) Trouver alors x, y et z.

3) Une petite entreprise artisanale utilise trois types de pièces triangulaires **à coûts différents** pour fabriquer des badges constitués, chacun de **8 pièces**.
Dans la figure ci-dessous on a représenté 4 exemples de ces badges :



(Badge B_1) (Badge B_2) (Badge B_3) (Badge B_4)

Les coûts des badges B_1, B_2 et B_3 sont respectivement : 11, 12 et 13 dinars.
Le tableau ci-dessous indique les différents types de pièces triangulaires et les coûts correspondants notés a, b et c :

Type de la pièce triangulaire	Noir	Blanc	En damier
Coût (en dinars)	a	b	c

a) Justifier que $2a+5b+c=11$.

b) Exprimer le coût de chacun des badges B_2 et B_3 en fonction de a, b et c.

c) Trouver alors le coût, en dinars, du badge B_4.

Exercice 3 : (4.5 points)

Un chef d'entreprise utilise un téléphone avec deux cartes SIM :

- SIM1 : Utilisée principalement pour les appels professionnels.
- SIM2 : Utilisée principalement pour les appels personnels.

L'analyse de l'ensemble des appels effectués par cet utilisateur pendant une année a donné les résultats suivants :

- 60% des appels sont effectués avec la SIM1.
- Parmi les appels effectués avec la SIM1, 84% sont des appels professionnels.
- Parmi les appels effectués avec la SIM2, 24% sont des appels professionnels.

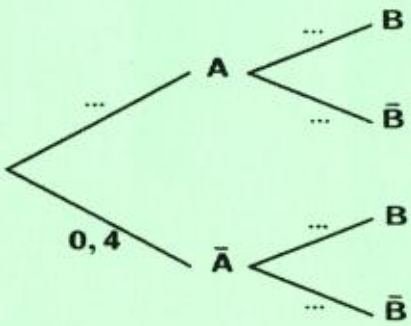
I. On choisit au hasard un appel parmi les appels effectués par cet utilisateur durant l'année.
On considère les évènements :
A : « l'appel choisi est effectué avec la SIM1 »
B : « l'appel choisi est professionnel »

On note $\overline{A}$ et $\overline{B}$ respectivement les évènements contraires de A et B.

1) a) Montrer que $p(\overline{A})=0{,}4$.

b) Donner $p(B/\overline{A})$.

c) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre:



2) a) Calculer la probabilité que l'appel choisi soit professionnel et effectué avec la SIM1.

b) Montrer que $p(B)=0{,}6$.

II. On choisit au hasard 4 appels parmi tous les appels de l'année.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'appels professionnels parmi ces 4 appels.

On admet que le nombre total d'appels est suffisamment grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.

1) Déterminer les paramètres de cette loi.

2) Calculer la probabilité qu'au moins un des 4 appels soit professionnel.

Exercice 4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$. Interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=0$. Interpréter graphiquement.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que pour tout $x>0$, on a $f'(x)>0$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Vérifier que le point $I(1,0)$ appartient à la courbe (C).

b) Tracer la courbe (C).

4) Soit F la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $F(x)=(x-1)\ln x$.

Montrer que F est une primitive de f sur $]0,+\infty[$.

5) a) On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire, en unité d'aire, du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

Calculer $\mathcal{A}$.

b) Soit $\bar{f}$ la valeur moyenne de f sur $[1,e]$. Montrer que $\bar{f}=1$.