

N° d'inscription

--	--	--	--	--	--

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

La page 5/5 est une annexe à rendre avec la copie

Exercice 1 : (5points)

Le service commercial d'une société régionale de télécommunication dispose de 12 guichets. Le tableau suivant donne la durée moyenne d'attente d'un client pour se rendre service en fonction du nombre de guichets ouverts.

x_i : le nombre de guichets ouverts	3	4	5	6	8	10
y_i : la durée moyenne d'attente en minutes	19	18	14	13	9	5

- 1) a) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i) .
 b) Dans le graphique de l'annexe ci-jointe, représenter le nuage de points de cette série.
 c) Justifier que le nuage permet d'envisager un ajustement affine entre x et y .
- 2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y (le résultat de calcul sera arrondi au centième). Interpréter le résultat obtenu.

Dans la suite les résultats du calcul seront arrondis au dixième.

- 3) a) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés.
 b) Tracer (D) .
 c) Donner une estimation de la durée moyenne d'attente d'un client lorsque tous les guichets sont ouverts.

Exercice 2 : (5points)

Soient A et B les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0.5 & -1 & 0.5 \\ -2.5 & 4 & -1.5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) Montrer que B est la matrice inverse A .

2) Soit le système $(S) : \begin{cases} a+b+c=10 \\ 4a+2b+c=29 \\ 9a+3b+c=58 \end{cases}$.

- a) Donner l'écriture matricielle du système (S) .

b) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S) .

3) L'office national de l'huile s'est chargé du conditionnement et de la mise en bouteilles d'huile d'olive de contenance 1 litre, vend sa production dans le marché national.

Le coût total de production est modélisé par une fonction C définie sur $[0,5]$ par :

$$C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 100 \quad \text{où } a, b \text{ et } c \text{ sont des réels.}$$

On donne Le tableau suivant :

Nombre de bouteilles produites x (en 10 millions)	1	2	3
Coût total de production $C(x)$ (en million de dinars tunisien)	110	158	274

a) Montrer que le triplet (a, b, c) est une solution du système (S).

b) Justifier que $C(x) = 5x^3 + 4x^2 + x + 100$.

4) En 2024, la production était de 40 Millions de bouteilles d'huile.

a) En utilisant cette modélisation quel était le coût total de production ?

b) Quel était alors le prix de vente d'une bouteille d'huile d'olive si le bénéfice total était de 12 millions de dinars ?

Exercice3 : (5points)

Dans un pays, le ministère de l'éducation permet aux élèves le choix d'inscription dans l'une des écoles, **étatiques ou privées**, avec la possibilité de changement uniquement avant chaque rentrée scolaire qui correspond au premier septembre.

Une étude statistique faite sur la répartition des élèves entre les écoles privées et les écoles étatiques à partir du mois de septembre de l'année 2010 a montré que :

- 10% des élèves sont inscrits dans des écoles privées au mois de septembre de l'année 2010 .
- D'une année scolaire à l'autre :
 - 10% des élèves inscrits dans les écoles étatiques changent leurs inscriptions vers les écoles privées.
 - 40% des élèves inscrits dans les écoles privées changent leurs inscriptions vers les écoles étatiques.

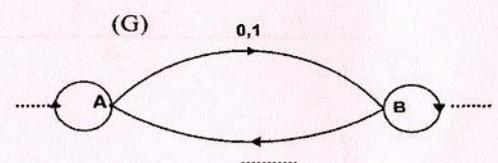
On suppose que le nombre total des élèves inscrits reste inchangé d'une année scolaire à l'autre.

Au cours d'une année scolaire, on choisit au hasard un élève et on considère les évènements suivants :

A : « l'élève est inscrit dans une école étatique ».

B : « l'élève est inscrit dans une école privée ».

1) a) Recopier et compléter le graphe probabiliste (G) traduisant la situation.



b) Déterminer la matrice de transition M associée à (G).

2) Soit n un entier naturel, on désigne par :

- a_n : la probabilité que l'élève choisi est inscrit dans une école étatique en septembre de l'année $(2010+n)$.
- b_n : la probabilité que l'élève choisi est inscrit dans une école privée en septembre de l'année $(2010+n)$.
- $p_n = (a_n \quad b_n)$ l'état probabiliste en septembre de l'année $(2010+n)$.

a) Déterminer l'état initial $p_0 = (a_0 \quad b_0)$.

b) On donne la matrice $M^n = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n & \frac{1}{5} - \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ \frac{4}{5} - \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n & \frac{1}{5} + \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n \end{pmatrix}$; $n \in \mathbb{N}$.

Déterminer l'état probabiliste en septembre de l'année 2013.

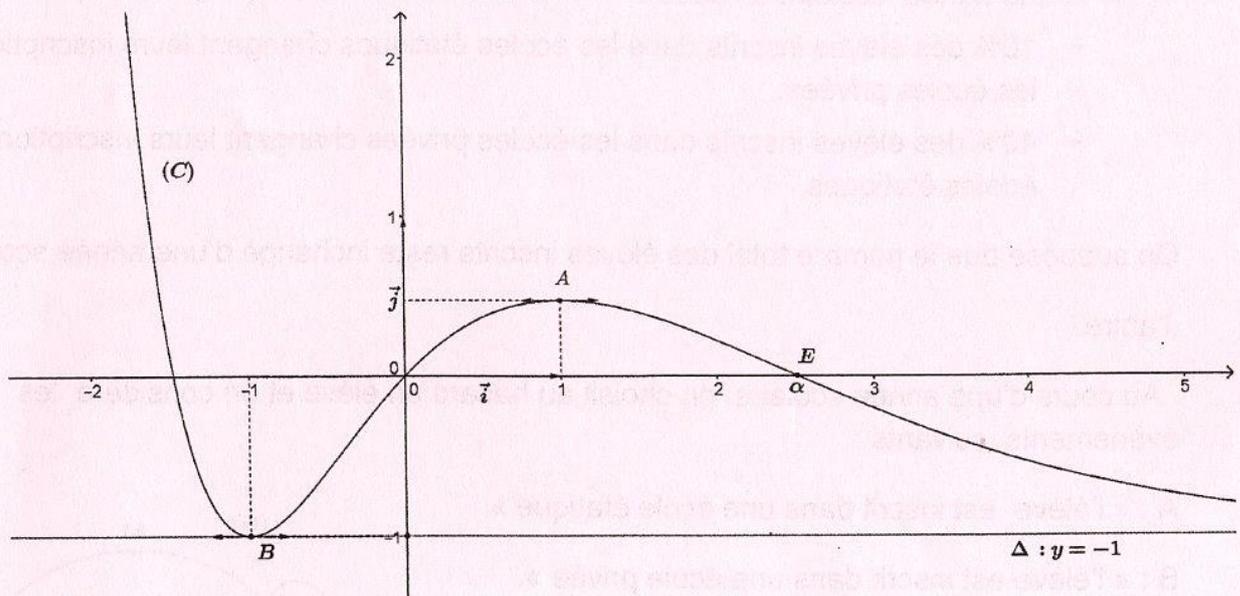
c) Montrer que la matrice $p = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$ traduit l'état stable de la situation.

Exercice 4 : (5points)

Dans la figure ci-après, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe (C) est celle d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} vérifiant :

- (C) admet des tangentes horizontales aux points $A\left(1, \frac{4}{e} - 1\right)$ et $B(-1, -1)$.
- (C) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$.
- La droite Δ d'équation $y = -1$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.
- Le point $E(\alpha, 0)$ est un point de (C) .



1) En utilisant les données et le graphique :

a) Donner $f(-1)$, $f(1)$, $f(\alpha)$ et $f'(-1)$.

b) Donner $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2) Dans la suite on prendra $f(x) = (x+1)^2 e^{-x} - 1$ pour tout réel x .

a) Vérifier que : $e^{-\alpha} = \frac{1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$.

b) Montrer que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x} - x$ est une primitive de f sur \mathbb{R} .

c) Soit \mathcal{A} l'aire de la région du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$.

Montrer que $\mathcal{A} = \frac{5\alpha + 2\alpha^2 - \alpha^3}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$ (u.a).

Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants
.....
.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion
Session de contrôle (2025)
Annexe à rendre avec la copie

